TD 3 : ANOVA à un facteur

Exercice 1 : On souhaite étudier les effets de trois traitements (AX23, BWW9 et Contrôle) sur le rythme cardiaque chez les patients âgés de 50 à 85 ans, souffrant d'une maladie cardiaque appelée *hypertrophie ventriculaire gauche*. Après que le médicament a été administré, le rythme cardiaque après 5 mn est mesuré. Il y a 32 personnes par traitement. Les données se trouvent dans le fichier **rythme_cardiaque.sta**. Télécharger les données sur la page web de Mlle FERMIN. Puis activer ensuite la feuille de données dans STATISTICA.

Le fichier de données **rythme_cardiaque.sta** contient, pour chaque patient, les observations des variables :

- traitement : AX23, BWW9, Contrôle;
- rythme cardiaque : score 5 mn après traitement.

Nous voulons répondre à la question suivante : Les traitements ont-ils des effets significativement différents ?

Remarque 1 : En utilisant des tests t – Student de comparaison de deux moyennes pour deux échantillons indépendants (voir TP2), nous devrions comparer **AX23** avec **BWW9**, **BWW9** avec le **Contrôle** et le **Contrôle** avec **AX23**. Le problème ici est qu'il faudrait alors faire 3 tests de comparaisons de deux moyennes. On a alors recours à l'analyse de variance (appelée souvent ANOVA) développée par Fisher.

Remarque 2 : Dans cette étude les trois échantillons sont indépendants . Ces trois groupes de patients ont été constitués par tirage au sort.

1) Première partie : Formulation du problème

- a) Définir la population étudiée. Identifier la variable dépendante et le facteur ou variable indépendante.
- b) Écrire explicitement les hypothèses nulle et alternative de votre test.
- c) Formuler le modèle théorique de l'ANOVA à un facteur et mentionner les conditions à vérifier.

2) Deuxième partie : Analyse descriptive des données

a) Représenter graphiquement, dans un nuage de points, la variable **rythme cardiaque** en fonction du **traitement**.

Commandes avec STATISTICA

Utiliser le menu Graphiques - Nuage de points. Sélectionner ensuite l'onglet Base et indiquer les variables utilisées pour l'analyse (assigner à X : traitement et à Y : rythme cardiaque). Une fois choisies les variables cliquer sur OK. Finalement en bas de la fenêtre dans le Type d'ajustement décocher l'item Linéaire puis cliquer sur OK. On obtient :



- b) Moyennes des 3 échantillons et moyenne globale.
 - i. Calculer les moyennes observées pour chaque échantillon et donner la valeur de la moyenne globale. Sur la base de ces statistiques descriptives, quelle première conclusion peut-on en tirer ?

Commandes avec STATISTICA

Utiliser le menu Statistiques - Statistiques élémentaires - Décompositions & ANOVA à un facteur et cliquer sur OK. Maintenant sélectionner l'onglet ANOVA (tables individuelles) et indiquer les variables utilisées pour l'analyse (assigner à variables dépendantes : rythme_cardiaque et à variables de classement : traitement). Une fois choisies les variables cliquer sur OK. Sélectionner ensuite l'onglet Stats descriptives et cliquer sur le bouton Synthèse : Table des statistiques. On obtient le résultat suivant :

Statistiques Descriptives par Groupes N=96 (aucune VM dans les vars dép.)										
traitement rythme rythme rythme										
	cardiaque	cardiaque	cardiaque							
Moyennes N Ec-Type										
AX23	71,50000	32	5,041761							
BWW9	81,56250	32	4,931384							
Contrôle	72,59375	32	7,047577							
TsGrpes	75,21875	96	7,278234							

c) Faire des boîtes à moustaches pour regarder visuellement si les moyennes observées sont différentes.

Commandes avec STATISTICA

Sur le même onglet de Stats descriptives (utilisé ci-dessus) cliquer sur le bouton Boîtes à moustaches catégorisées et cocher l'item Moyenne/Erreur-Type/1.96*Erreur-Type. On obtient le graphique suivant :



3) Troisième partie : Vérification des conditions.

a) Indépendance.

Les tirages effectués pour constituer les échantillons sont-ils aléatoires et indépendants?

b) Homogénéité des variances ou homoscédasticité.
Donner avec STATISTICA deux méthodes pour vérifier l'homogénéité des variances.

Commandes avec STATISTICA

Utiliser le menu Statistiques - Statistiques élémentaires - Décompositions & ANOVA à un facteur, choisir les variables et cliquer sur OK, activer l'onglet ANOVA & tests puis cliquer sur le bouton Tests de Levene ou le bouton Tests de Brown-Forsythe. On obtient ainsi les résultats suivants :

	Test de Le Effets sig	Test de Levene d'Homogénéité des Variances Effets significatifs marqués à p < ,05000										
	SC	SC dI MC SC dI MC F p										
Variable	Effet	Effet	Effet	Erreur	Erreur	Erreur		-				
rythme cardiaque	51,60067	1,60067 2 25,80033 1198,504 93 12,88714 2,002022 0,14084										

	Test d'Ho Effets sigi	Test d'Homogénéité des Variances de Brown-Forsythe Effets significatifs marqués à p < ,05000										
	SC	SC dl MC SC dl MC F p										
Variable	Effet	Effet Effet Effet Erreur Erreur Erreur										
rythme cardiaque	43,18750	2	21,59375	1396,219	93	15,01310	1,438327	0,242554				

c) Normalité de chaque variable.

Faire des graphiques de *droite de Henry catégorisée* pour regarder "visuellement" si la distribution de chaque variable Y_j est normale, de moyenne μ_j et de variance σ^2 . Sur la base de ces graphiques quelle première conclusion peut-on en tirer? Faire maintenant des Histogrammes catégorisés avec deux tests de normalité. Que peut-on en conclure?

– Droites de Henry catégorisées.

Commandes avec STATISTICA

Sur le même onglet de ANOVA & test (utiliser ci-dessus, voir les commandes de la question 3 b) cliquer sur le bouton Droites de Henry catégorisées. On obtient :



– Histogrammes Catégorisés et test de normalité.

Commandes avec STATISTICA

Sélectionner dans le menu la commande Graphiques - Histogrammes. Dans l'onglet Base sélectionner la variable rythme cardiaque, puis dans l'onglet Avancé cocher les options Test de Shapiro-Wilk et Test de Kolmogorov-Smirnov. Enfin dans l'onglet Catégorisé cocher Oui dans Catégories de X puis cocher l'item Codes. Cliquer ensuite sur le bouton Spécifier les Codes et sélectionner la variable traitement. Dans la nouvelle fenêtre Codes des Catégories : taper AX23 BWW9 Contrôle puis cliquer sur OK. Finalement, cliquer sur OK pour afficher le graphique ci-dessous :



4) Quatrième partie : Application de l'ANOVA à un facteur.

Variabilités inter-groupes et intra-groupes :

- (a) Donner les sommes de carrés (notée SC dans STATISTICA) inter-groupes et intra-groupes.
- (b) Donner les variabilités ou carrés moyens (notée MC dans STATISTICA) inter-groupes et intra-groupes.
- (c) Donner la valeur de la statistique de Fisher F et le nombre de degrés de liberté de la statistique F. Donner l'expression de la *p*-valeur en termes de la valeur de la statistique F (qu'on note dans le cours α_{obs}). Puis donner la valeur de la *p*-valeur fournie par STATISTICA. Que peut-on en conclure au risque $\alpha = 5\%$, en précisant le risque associé à la décision prise?
- (d) Est-ce que le résultat du test montre une différence significative entre les moyennes, au risque 5%? Cette décision correspond t-elle à votre impression en voyant les graphiques?

Commandes avec STATISTICA

Utiliser le menu Statistiques - ANOVA et sélectionner ensuite dans l'onglet Base l'option ANOVA à un facteur et Spécifications rapides, cliquer ensuite sur le bouton OK puis sur le bouton à droite Tous les effets. On obtient le résultat suivant :

	Tests Univariés de Significativité pour rythme cardiaque Paramétrisation sigma-restreinte Décomposition efficace de l'hypothèse										
Effet	SC Degr. de MC F p Liberté										
ord. origine	543154,6	1	543154,6	16391,97	0,000000						
traitement	1950,8	2	975,4	29,44	0,000000						
Erreur	3081,6	93	33,1								

5) Cinquième partie : Test post hoc après une ANOVA à un facteur.

L'ANOVA précédente permet de conclure qu'il existe au moins une différence significative entre les moyennes, mais n'indique pas quelles sont les paires d'échantillons pour lesquelles ces différences de moyennes sont significatives. Différents tests, appelés *Test post hoc*, ont été proposés pour étudier cette question.

a) Test LSD (least significant difference) de Fisher.

Commandes avec STATISTICA

Reprenons le menu Statistiques - Statistiques élémentaires - Décompositions & ANOVA à un facteur en indiquant comme précédemment (voir première, deuxième partie ou troisième partie) la variable dépendante et la variable de classement. Une fois définies les variables cliquer sur le bouton OK. Utiliser l'onglet ANOVA (tables individuelles) puis l'onglet Tests post-hoc. Cliquer sur le bouton Test LSD ou comparaisons planifiées. On obtient le tableau suivant :

	Test LSD ; v Probabilités Erreur : MC	Test LSD ; variable rythme cardiaque Probabilités des Tests Post Hoc Erreur : MC Inter = 33,135, dl = 93,000								
	traitement {1} {2} {3}									
Cellule N°		71,500 81,563 72,594								
1	AX23		0,000000	0,449158						
2	BWW9 0,000000 0,000000									
3	Contrôle	Contrôle 0,449158 0,000000								

b) Test de Bonferroni, test de Newman-Keuls, test de Duncan, test HSD de Tukey, test de Scheffé.

Commandes avec STATISTICA

Répéter l'instruction précédente (voir commandes avec STATISTICA, question 5a) mais juste à la fin cliquer sur le bouton du test à faire. On obtient les tableaux suivants :

	Test de Bon Probabilités Erreur : MC	fe C II	erroni ; varia les Tests Po nter = 33,13	able rythme ost Hoc 35, dl = 93,0	cardiaque				
	traitement {1} {2} {3}								
Cellule N°		71,500 81,563 72,594							
1	AX2	B		0,000000	1,000000				
2	BWW	Ð	0,000000		0,000000				
3	Contrôl	Þ	1,000000	0,000000					

	Test de New Probabilités / Erreur : MC I	Fest de Newman-Keuls ; variable rythme cardiaque Probabilités Approximatives des Tests Post Hoc Erreur : MC Inter = 33,135, dl = 93,000								
	traitement {1} {2} {3}									
Cellule N°			71,500	81,563	72,594					
1	AX2	3		0,000106	0,449291					
2	BWV	9	0,000106		0,000112					
3	Contrêle	Contrôle 0,449291 0,000112								

	Test de Dur Probabilités Erreur : MC	nc A Ir	an ; variable Approximativ hter = 33,13	e rythme ca /es des Tes 5, dl = 93,0	rdiaque ts Post Hoc 00
Cellule N°	traitement		{1} 71.500	{2} 81.563	{3} 72,594
1	AX2	В	,	0,000053	0,449291
2	BWW	þ	0,000053		0,000112
3	Contrôl	Þ	0,449291	0,000112	

	Test HSD de Probabilités Erreur : MC	e A Ir	Tukey ; vari opproximationter = 33,13	able rythme ves des Tes 5, dl = 93,00	e cardiaque ts Post Hoc 00			
Cellule N°	traitement {1} {2} {3} 71,500 81,563 72,594							
1	AX2	З		0,000106	0,728395			
2	BWW	þ	0,000106		0,000106			
3	Contrôl	e	0,728395	0,000106				

	Test de Sch Probabilités Erreur : MC	effé ; varia des Tests Inter = 33,	ble rythme Post Hoc 135, dl = 9	cardiaque 3,000						
	traitement {1} {2} {3}									
Cellule N°		71,500	81,563	72,594						
1	AX23		0,000000	0,749813						
2	BWW9 0,000000 0,000000									
3	Contrôle	0,749813	0,000000							

6) Sixième partie : Paramètres du modèle, coefficient R^2 et normalité de résidus.

a) Donner la valeur de R^2 fournie par STATISTICA. Quelle conclusion peut-on en tirer? Donner les valeurs observées de MC Modèle, SC Modèle, MC Résidu et SC Résidu? Que peut-on remarquer?

Commandes avec STATISTICA

Utiliser le menu Statistiques - ANOVA et sélectionner ensuite dans l'onglet Base l'option ANOVA à un facteur et Spécifications rapides puis cliquer ensuite sur le bouton OK. Ajouter la variable dépendante et le facteur puis cliquer sur OK. En bas de la fenêtre d'ANOVA cliquer sur l'onglet Autres résultats. Enfin sélectionner l'onglet Synthèse et cliquer sur le bouton R modèle complet. On obtient le tableau suivant :

	Test de la SC du modèle entier vs. SC Résiduels										
Dépendnt Variable	Multiple R	Multiple Multiple Ajusté SC dl MC SC dl R R ² R ² Modèle Modèle Modèle Résidu Résidu									
rythme cardiaque	0,622615	,622615 0,387650 0,374481 1950,813 2 975,4063 3081,594 9									

Remarque 3 : Dans le tableau ci-dessus nous avons arrondi les valeurs à trois décimales pour diminuer la largeur du tableau.

b) Donner les coefficients du modèle.

Pour calculer les coefficients du modèle répéter l'instruction ci-dessus : Commandes avec STA-TISTICA de la question 6 a. On obtient le tableau ci-dessous :

	Estimations de Paramètres Paramétrisation sigma-restreinte									
	Niveau Effet	Colonne	rythme cardiaque	rythme cardiaque	rythme cardiaque	rythme	-95,00% 1 mt Cnf	+95,00% 1 mt Cnf		
Effet	Linot		Param.	Err-Ty.	t	p				
ord. origine		1	75,21875	0,587504	128,0311	0,000000	74,05208	76,38542		
traitement	AX23	2	-3,71875	0,830856	-4,4758	0,000022	-5,36866	-2,06884		
traitement	BWW9	3	6,34375	0,830856	7,6352	0,000000	4,69384	7,99366		

c) Regarder la normalité des résidus à l'aide de la droite de Henry des résidus. Donner les valeurs prévues et résidus. Que peut-on remarquer sur les valeurs prévues ? Comment s'obtiennent ces valeurs ? (suggestion : regarder les coefficients du modèle). Comment s'obtiennent les résidus ? (suggestion : regarder les valeurs observées et les valeurs prévues de la variable rythme cardiaque).

Commandes avec STATISTICA

Utiliser le menu Statistiques - ANOVA et sélectionner ensuite dans l'onglet Base l'option ANOVA à un facteur et Spécifications rapides puis cliquer ensuite sur le bouton OK. Ajouter la variable

dépendante et le facteur puis cliquer sur OK. En bas de la fenêtre d'ANOVA cliquer sur l'onglet Autres résultats. Enfin sélectionner l'onglet Résidus 1 et cliquer par exemple sur le bouton Droite de Henry. On obtient le graphique suivant :



Pour calculer les valeurs prévues et résidus du modèle répéter l'instruction ci-dessus : Commandes avec STATISTICA de la question 6 b. On obtient le tableau suivant :

	Valeurs Observées, Prévues, et Résidus					
	Paramétrisatio	on sigma-restr	einte			
	(Echantillon d'analyse)					
	rythme	rythme	rythme			
	cardiaque	cardiaque	cardiaque			
Numéro d'obs.	Observées	Prévues	Résids			
1	72,00000	71,50000	0,5000			
2	78,00000	71,50000	6,5000			
3	71,00000	71,50000	-0,5000			
4	72,00000	71,50000	0,5000			
5	66,00000	71,50000	-5,5000			
6	74,00000	71,50000	2,5000			
7	62,00000	71,50000	-9,5000			
8	69,00000	71,50000	-2,5000			
9	71,00000	71,50000	-0,5000			
10	74,00000	71,50000	2,5000			
11	59,00000	71,50000	-12,5000			
12	77,00000	71,50000	5,5000			
13	70,00000	71,50000	-1,5000			
14	71,00000	71,50000	-0,5000			
15	63,00000	71,50000	-8,5000			
16	73,00000	71,50000	1,5000			
17	82,00000	71,50000	10,5000			
18	71,00000	71,50000	-0,5000			
19	70,00000	71,50000	-1,5000			

Exercice 2 : On souhaite comparer l'efficacité de 4 dentifrices chez les patients âgés de 15 à 45 ans. Chacun des 4 dentifrices (DentifriceT1, DentifriceT2, DentifriceT3, DentifriceT4) a été testé sur 50 personnes afin que soit mesurée leur impact sur la blancheur des dents. Après que le dentifrice a été administré, la blancheur des dents est mesuré. Les 4 groupes de patients ont été constitués par tirage au sort. De plus, dans cette étude les 4 échantillons sont indépendants.

Les données se trouvent dans le fichier **dentidrice.sta**. Le fichier **dentifrice.sta** se trouve dans la page web de Mlle FERMIN. Télécharger les données, créer un classeur avec toutes ces données puis activer la fenêtre. Ce fichier contient, pour chaque patient, les observations des variables : **traitement** et **blancheur**. Nous voulons répondre à la question suivante : *les dentifrices ont-ils des effets significativement différents*?

A vous de jouer!

1) Première partie : Formulation du problème

- a) Définir la population étudiée. Identifier la variable dépendante et le facteur ou variable indépendante.
- b) Écrire explicitement les hypothèses nulle et alternative de votre test.
- c) Formuler le modèle théorique de l'ANOVA à un facteur et mentionner les conditions à vérifier.

2) Deuxième partie : Analyse descriptive des données

Faire seulement des boîtes à moustaches pour regarder "visuellement" si les moyennes observées sont différentes.



3) Troisième partie : Vérification de conditions.

- a) Indépendance : Cette condition est déjà vérifiée.
- b) Homogénéité des variances.
- c) Normalité de chaque variable.

	Test de Levene d'Homogénéité des Variances Effets significatifs marqués à p < ,05000								
	SC	dl	MC	SC	dl	MC	F	р	
Variable	Effet	Effet	Effet	Erreur	Erreur	Erreur			
blancheur	20,69058	3	6,896861	794,9246	196	4,055738	1,700520	0,168238	

	Test d'Homogénéité des Variances de Brown-Forsythe Effets significatifs marqués à p < ,05000								
	SC	dl	MC	SC	dl	MC	F	р	
Variable	Effet	Effet	Effet	Erreur	Erreur	Erreur			
blancheur	20,81500	3	6,938333	816,2800	196	4,164694	1,665989	0,175656	





4) Quatrième partie : Application de l'ANOVA à un facteur.

- a) Donner les sommes de carrés inter-groupes et intra-groupes.
- b) Donner les variabilités inter-groupes et intra-groupes.
- c) Est-ce que le résultat du test montre une différence significative entre les moyennes, au risque 5%? S'il existe une différence entre les 4 dentifrices, appliquer seulement le test *post hoc* de Tukey et de Scheffé.

	Tests Univariés de Significativité pour blancheur Paramétrisation sigma-restreinte Décomposition efficace de l'hypothèse							
Effet	SC	Degr. de Liberté	MC	F	р			
ord. origine	102197,2	1	102197,2	9419,363	0,000000			
traitement	443,3	3	147,8	13,618	0,000000			
Erreur	2126,5	196	10,8					

	Test de la SC du modèle entier vs. SC Résiduels									
Dépendnt Variable	Multiple R	Multiple R ²	Ajusté R ²	SC Modèle	dl Modèle	MC Modèle	SC Résidu	dl Résidu	MC Résidu	
blancheur	0,415315	0,172487	0,159820	443,2550	3	147,7517	2126,540	196	10,84969	

5) Cinquième partie : Test post hoc après une ANOVA à un facteur.

	Test HSD de Tukey ; variable blancheur Probabilités Approximatives des Tests Post Hoc Erreur : MC Inter = 10,850, dl = 196,00								
	traitement	{1}	{2}	{3}	{4}				
Cellule N°		22,060	21,700	25,160	21,500				
1	DENTIFRICET1		0,947533	0,000022	0,830413				
2	DENTIFRICET2	0,947533		0,00008	0,990293				
3	DENTIFRICET3	0,000022	0,00008		0,00008				
4	DENTIFRICET4	0,830413	0,990293	0,00008					

	Test de Scheffé ; variable blancheur Probabilités des Tests Post Hoc Erreur : MC Inter = 10,850, dl = 196,00									
	traitement	{1}	{2}	{3}	{4}					
Cellule N°		22,060	21,700	25,160	21,500					
1	DENTIFRICET1		0,960187	0,000104	0,867756					
2	DENTIFRICET2	0,960187		0,000010	0,992736					
3	DENTIFRICET3	0,000104	0,000010		0,000003					
4	DENTIFRICET4	0,867756	0,992736	0,000003						

6) Sixième partie : Coefficient R^2 , paramètres du modèle, et normalité de résidus.

	Test de la SC du modèle entier vs. SC Résiduels									
Dépendnt	Multiple	Multiple	Ajusté	SC	dl	MC	SC	dl	MC	
Variable	R	R²	R²	Modèle	Modèle	Modèle	Résidu	Résidu	Résidu	
blancheur	0,415315	0,172487	0,159820	443,2550	3	147,7517	2126,540	196	10,84969	

	Estimations de Paramètres Paramétrisation sigma-restreinte									
	Niveau	Colonne	blancheur	blancheur	blancheur	blancheur	-95,00%			
Effet	Effet		Param.	Err-Ty.	t	р	Lmt Cnf.			
ord. origine		1	22,60500	0,232913	97,05340	0,000000	22,14566			
traitement	DENTIFRICET1	2	-0,54500	0,403417	-1,35096	0,178266	-1,34060			
traitement	DENTIFRICET2	3	-0,90500	0,403417	-2,24334	0,025994	-1,70060			
traitement	DENTIFRICET3	4	2,55500	0,403417	6,33339	0,000000	1,75940			

