# TD2 Comparaisons de variables

# Exercice 1

On souhaite comparer l'efficacité du Divalproex à celle du Lithium et d'un placebo dans le traitement des psychoses maniaco-dépressives chez les patients âgés de 18 à 65 ans<sup>1</sup>. Trois groupes de patients atteints de psychose maniaco-dépressive, ont été constitués par tirage au sort : dans le premier 67 patients ont reçu du Divalproex, dans le second 35 patients ont reçu du Lithium et dans le troisième 72 patients ont reçu un placebo.

L'intensité de la maladie a été mesurée par le score total sur l'échelle "Schedule for Affective Disorders and Schizophrenia Change version" (score SADS-C) dans chaque groupe, avant le début du traitement, et après les 21 jours de traitement. Plus le score SADS est élevé, plus la maladie est grave.

Les différences des scores SADS avant traitement et après traitement ont été calculées pour tous les sujets dans le fichier maniac.sta.

On définit un second critère d'évaluation des thérapies consistant à évaluer pour chaque sujet si son score SADS a diminué d'au moins 50% après traitement par rapport à son score avant traitement, ou non.

Pour chaque question :

- définir la(les) population(s) étudiée(s), précisez la (les) variable(s) et le(s) paramètre(s) correspondant(s),
- écrire les hypothèses du test permettent de répondre à la question posée ainsi que ses conditions d'application,
- conclure au seuil  $\alpha = 5\%$ , en précisant le risque associé à la décision prise.

# $1^{\acute{e}re}$ partie : étude de variables quantitatives

On s'intéresse aux scores SADS :

- 1. Peut-on conclure à une amélioration du score SADS après 21 jours de traitement quel qu'il soit (Divalproex, Lithium ou Placebo)?
- 2. Peut-on conclure que le traitement par Divalproex est efficace?
- 3. Peut-on conclure que le traitement par Lithium est efficace?
- 4. Existe-t-il une différence d'efficacité entre les deux traitements Divalproex et Lithium?

## $2^e$ partie : étude de variables qualitatives

On s'intéresse à la réduction du score d'au moins 50%:

- 1. Peut-on conclure que les traitements Divalproex, Lithium ou Placebo, ont des effets différents sur la réduction du score d'au moins 50%?
- 2. Peut-on conclure que le traitement par Divalproex est efficace?
- 3. Peut-on conclure que le traitement par Lithium est efficace?
- 4. Existe-t-il une différence d'efficacité entre les deux traitements Divalproex et Lithium?

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>source : Efficacy of Divalproex vs Lithium and Placebo in the Treatment of Mania, Bowden C, Brugger A, Swann A et al., Journal of the American Medical Association, 1994, p918-924.

# Fichier de données

Le fichier de données maniac.sta contient pour chaque patient les observations des variables :

- traitement : Divalproex, Lithium ou Placebo;
- diff score : différence entre le score SADS avant traitement (initial) et le score SADS après traitement;
- réduction : réduction du score initial d'au moins 50% (oui, non).

# Commandes STATISTICA

Ouvrir le fichier de données. Les commandes des analyses statistiques sont accessibles à partir des menus Statistiques/ Statistiques Elémentaires, Statistiques/ Tests Non-Paramétriques et Graphiques/ Histogrammes....

## **Remarques** :

- Lorsque ce n'est pas précisé, STATISTICA calcule par défaut le niveau de signification p (p-valeur) pour un test bilatéral. Pour un test unilatéral il faut donc diviser la valeur obtenue par 2.
- Pour les procédures de tests non paramétriques basées sur les rangs STATISTICA attribue aux ex æquo leur rang moyen, c'est-à-dire la moyenne des rangs qu'ils auraient eu s'ils avaient eu des rangs consécutifs.

# 1<sup>ère</sup> partie : étude de variables quantitatives

- 1. Peut-on conclure à une amélioration du score SADS après 21 jours de traitement quel qu'il soit (Divalproex, Lithium ou Placebo)?
- $1.A \ \underline{\rm Test \ paramétrique}: test \ de \ comparaison \ d'une \ moyenne \ a \ une \ valeur \ théorique \\ \hline test \ T \ de \ Student$ 
  - (a) descriptif

moyenne, variance, écart-type Utiliser le menu Statistiques/ Statistiques Elémentaires/ Statistiques descriptives vu au TD1 ou ouvrir la boîte de dialogue Tables de Fréquences avec le menu Statistiques/ Statistiques Elémentaires/ Tables de fréquences; cliquer sur OK pour afficher la boîte. Sélectionner la variable 2-diff score à partir du bouton Variables (le numéro de la variable s'affiche dans le champ Variables :) cliquer sur OK : le nom de la variable s'affiche dans le champ Variables ; puis dans l'onglet Base (ou dans l'onglet Stats descriptives ) cliquer sur le bouton Statistiques descriptives pour afficher les

## Remarque :

le menu Statistiques/Statistiques Elémentaires/Statistiques descriptives offre plus de possibilités de calcul de résumés statistiques que le menu Statistiques/ Statistiques Elémentaires/Tables de fréquences.

(b) vérification des conditions d'application

normalité de la variable diff  $\verb+score+$  :

moyenne, écart-type, minimum, maximum, nombre de valeurs manquantes.

## histogramme

Dans l'onglet Avancé du menu Statistiques/ Statistiques Elémentaires/ Tables de fréquences dans le champ Méthode de catégorisation des tableaux & graphiques cocher l'option Intervalles "ronds"; nombre approximatif : et noter 20 comme nombre, puis cliquer sur le bouton Histogrammes pour obtenir le graphique de l'histogramme.

**Remarque** : pour obtenir l'histogramme pour les valeurs entières (diagramme en bâtons) on peut utiliser l'option Incrément : 1, du champ Méthode de catégorisation des tableaux & graphiques .

En revanche l'option par défaut Toutes les valeurs distinctes donne un histogramme faux.

- boîte à moustaches (médiane et quartiles)

Dans l'onglet Stats descriptives cliquer sur le bouton Boîtes à moustaches de toutes les variables puis spécifier le Type de Boîte à Moustaches en cochant l'option Médiane/ Quartiles/ Etendue pour obtenir le graphique de la boîte à moustaches et les valeurs des médiane, quartiles et maxima.

- tests d'adéquation à la loi normale (Kolmogorov-Smirnov, Lilliefors, Shapiro-Wilk)

Dans l'onglet Normalité cocher les options Test de Kolmogorov-Smirnov, Test de Lilliefors et Test W de Shapiro-Wilk.

Cliquer sur le bouton Tests de normalité pour afficher les résultats.

	Tests	s de Norma	lité (man	iac.sta)		
2	Ν	D max	K-S	Lillief.	W	р
			р	р		
différence scores SADS initial et final	174	0,076032	p > .20	p < ,05	0,986610	0,095979
nombre d'observations						n
valeur observée de la statistique de test de Kolmogorov-Smirnov						
p-valeur associée à la statistique de l	Kolm	logorov-Sr	nirnov,			
calculée à partir de la table des vale	urs c	ritiques de	e Kolmo	ogorov-S	Smirnov	
p-valeur de Lilliefors, adaptée des va	leurs	critiques	de Kolı	mogorov	v-Smirnov.	
au cas où movenne et écart-type de	la loi	normale	ne sont	pas spé	cifiés	
valeur observée de la statistique de t	est d	le Shaniro	-Wilk	pas spe	011105	
n-valeur associée à la statistique de s	Shan	iro-Wilk	***			
calculée à partir de la table des vale	urs c	ritiques de	e Shapir	o-Wilk		
	différence scores SADS initial et final nombre d'observations valeur observée de la statistique de t p-valeur associée à la statistique de t calculée à partir de la table des valeu p-valeur de Lilliefors, adaptée des va au cas où moyenne et écart-type de valeur observée de la statistique de t p-valeur associée à la statistique de t calculée à partir de la table des valeu	Tests         N         différence scores SADS initial et final         174         nombre d'observations         valeur observée de la statistique de test de         p-valeur associée à la statistique de Kolm         calculée à partir de la table des valeurs et         p-valeur de Lilliefors, adaptée des valeurs et         au cas où moyenne et écart-type de la loi         valeur observée de la statistique de test de         p-valeur associée à la statistique de test de         p-valeur associée à la statistique de test de         p-valeur associée à la statistique de Shap         calculée à partir de la table des valeurs et	Tests de Norma         N       D max         différence scores SADS initial et final       174       0,076032         nombre d'observations       valeur observée de la statistique de test de Kolmog       p-valeur associée à la statistique de Kolmogorov-Sr         calculée à partir de la table des valeurs critiques de p-valeur de Lilliefors, adaptée des valeurs critiques au cas où moyenne et écart-type de la loi normale r       valeur observée de la statistique de test de Shapiro         p-valeur associée à la statistique de Shapiro-Wilk, calculée à partir de la table des valeurs critiques de factor de Shapiro-Wilk,       valeurs critiques de factor de Shapiro-Wilk,	$\begin{tabular}{ c c c c c } \hline Tests & de Normalité (marina line (ma$	$\begin{tabular}{ c c c c c } \hline Tests & de Normalité (maniac.sta) \\ \hline N & D max & K-S & Lillief. \\ \hline p & p \\ \hline différence scores SADS initial et final & 174 & 0,076032 & p > .20 & p < .05 \\ \hline nombre d'observations \\ valeur observée de la statistique de test de Kolmogorov-Smirnov \\ p-valeur associée à la statistique de Kolmogorov-Smirnov, \\ calculée à partir de la table des valeurs critiques de Kolmogorov-S \\ p-valeur de Lilliefors, adaptée des valeurs critiques de Kolmogorov au cas où moyenne et écart-type de la loi normale ne sont pas spé valeur observée de la statistique de test de Shapiro-Wilk \\ p-valeur associée à la statistique de Shapiro-Wilk, \\ calculée à partir de la table des valeurs critiques de Shapiro-Wilk \\ \hline \end{tabular}$	$\begin{tabular}{ c c c c c } \hline Tests & de Normalité (maniac.sta) \\ \hline N & D max & K-S & Lillief. & W \\ \hline p & p & p & p & p & p & p & p & p & p$

*Remarque : STATISTICA* ne permet pas de spécifier moyenne et écart-type pour le test de Kolmogorov-Smirnov ; seule la p-valeur de Lilliefors est interprétable ici.

(c) test de Student

Ouvrir la boîte de dialogue Comparaison d'une Moyenne à un Standard à partir du menu

Statistiques/Statistiques Elémentaires/Comparer une moyenne à un standard; cliquer sur OK pour afficher la boîte (boîte de dialogue 1).

Au bas de la boîte cocher l'option N'afficher que les variables appropriées puis sélectionner la variable 2-diff score à partir du bouton Variables (le numéro de la variable s'affiche dans le champ Variables :) cliquer sur OK, puis l'option Comparer toutes les moyennes à : O, dans le champ Valeurs de référence soit dans l'onglet Base soit dans l'onglet Options (boîte de dialogue 2).

Dans l'onglet Options cocher l'option Calculer les limites de confiance IC 95,00% et modifier le Niveau p pour la surbrillance à ,10 .

Cliquer sur le bouton Synthèse (ou Synthèse : Tests t dans l'onglet Base ou Avancé) pour afficher les résultats.

🔀 Statistiques Elémentaires : maniac.sta	<u>? _ ×</u>	🎇 Comparaison d'une Moyenne à un Standard : man	iac.sta <b>? _ X</b>
Statistiques Elémentaires : maniac.sta Base  Statistiques descriptives Matrices de corrélations  Test pour éch. indépendants, par groupes Test pour éch. indépendants, par variable Test pour des échantillons appariés Comparer une moyenne à un standard  Compositions & ANOVA à 1 facteur Statistiques décomposées Tables de fréquences Tableaux et tris croisés	Annuler     Options	Comparaison d'une Moyenne à un Standard : man Lariables diff score Base Avancé Options Synthèse : Tests t Valeurs de référence Comparer toutes les moyennes à : Comparer les moyennes à des constantes spécifiques Spécifier	Annuler  Annuler  Par Groupes  Moments pondérés
I ableaux de réponses multiples         Image: serie de la construction de la constructin	Curveir Suscer s Durveir	Boîtes à moustaches	DL = P-1 C N-1 Traitement des VM C Obs. ignorée C Cellule ignorée

FIG. 1 – boîte de dialogue 1 (à gauche) et boîte de dialogue 2 (à droite)

a a	Comparaison de moyennes à un standard (constante) (maniac.sta)									
	Moyenne	Ec-Type	Ν	Erreur-T	Confiance	Confiance	Valeur de	Valeur t	dl	р
Variable	а 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 -				-95,000%	+95,000%	Référence			
diff score	7,241379	12,81659	174	0,971624	5,323617	9,159142	0,00	7,452865	173	0,000000
Moyenne Ec-Type	ennemoyenne observée de la variable X diff score $\overline{x}$ ypeécart-type observé sans biais de la variable X $s^*$									
N		nombre d'observations de la variable $X$ $n$								
Erreur-T		erreur-type observée (écart-type de la moyenne $\overline{X}_n$ ) $\frac{s^*}{\sqrt{n}}$								
Confiance	e -95.000	% borne	e infe	érieure de	l'IC à $95\%$	% de la mo	yenne $\mu$	(loi	$T_{n-}$	-1)
Confiance	e + 95.000	% borne	e sup	érieure d	e l'IC à 95	% de la mo	oyenne $\mu$	(loi	$T_{n-}$	-1)
Valeur de	e Référence	e valeu	r de	la moyen	ne sous l'h	ypothèse n	nulle	$\mu_0$		
Valeur t		valeu	r ob	servée de	la statistic	que de test	T de Stud	ent $t_{obs}$	= (	$\frac{\overline{x}-\mu_0)\sqrt{n}}{s^*}$
dl		degré	degrés de liberté de la statistique de Student $n-1$							
р		p-vale	eur ł	oil. associ	ée à la stat	tistique de	Student,			
		calculée à partir de la loi $T_{dl}$ $\alpha_{obs}$								

*Remarque :* le bouton Histogramme de l'onglet Avancé ne permet pas de tester l'adéquation à la loi normale.

# 1.B <u>Tests non paramétriques</u> : Tests de comparaison d'une médiane à une valeur théorique test de Wilcoxon pour la médiane - test du signe pour la médiane

**Remarque** : ces tests ne sont pas proposés dans *STATISTICA*. Il serait possible de créer une variable contenant la valeur zéro pour tous les patients à laquelle comparer la variable **diff** score en utilisant les procédures de tests non paramétrique de comparaison de deux distributions sur échantillons appariés (cf Exercice 2 question 1.B).

 $2. \ \ Peut-on \ conclure \ que \ le \ traitement \ par \ Divalproex \ est \ efficace \ ?$ 

# $2.A \ \underline{\rm Tests \ paramétriques}: {\tt tests \ de \ comparaison \ de \ deux \ moyennes \ sur \ échantillons \ indépendants} \\ \underline{{\tt test \ T \ de \ Student}}:$

Ouvrir la boîte de dialogue Test t pour Ech. Indépendants, par Groupes à partir du menu

Statistiques/Statistiques Elémentaires/Test t pour éch. indépendants, par groupes; cliquer sur OK pour afficher la boîte.

Sélectionner la variable 2-diff score à partir du bouton Variables comme variable dépendante (le numéro de la variable s'affiche dans le champ Variables dépendantes :) et la variable 1-traitement comme variable de classement (le numéro de la variable s'affiche dans le champ Variable de classement :); cliquer sur OK.

Dans le champ Code du groupe 1 : taper Divalproex, et dans le champ Code du groupe 2 : remplacer Lithium par Placebo.

(a) descriptif

moyenne, écart-type, boîte à moustaches pour chaque traitement (Divalproex et Placebo) Dans l'onglet Base cliquer sur le bouton Boîtes à moustaches puis sur OK pour obtenir par défaut les boîtes à moustaches avec l'option Moyenne/ Erreur-Type/ 1.96\*Erreur-Type.

- (b) vérification des conditions d'application
  - normalité de la variable diff score pour chaque traitement (Divalproex et Placebo) : histogrammes

Dans l'onglet Avancé, cliquer sur le bouton Histogrammes catégorisés.

boîtes à moustaches (médiane, quartiles)

Dans l'onglet Avancé, cliquer sur le bouton Boîtes à moustaches, sélectionner l'option Médiane/Quartiles/Etendue puis cliquer sur OK.

tests d'adéquation à la loi normale (Kolmogorov-Smirnov, Lilliefors, Shapiro-Wilk)

Le programme Histogramme catégorisés du menu

Statistiques/Statistiques Elémentaires/ Test t pour éch. indépendants, par groupes ne permet pas de tester l'adéquation à la loi normale dans chaque groupe; il faut utiliser le menu Graphiques/ Histogrammes... (cf 2.A(e)).

égalité des deux variances

tests d'homogénéité des variances (rapport des variances, Levene, Brown-Forsythe)

Dans STATISTICA ces tests se font simultanément avec le test de Student de comparaison des moyennes (cf 2.A(c)).

(c) test de Student

Dans l'onglet Options cocher les options Test de Levene et Test de Brown & Forsythe dans le champ Homogénéité des variances puis modifier le Niveau p pour la surbrillance à ,10.

Cliquer sur le bouton Synthèse (ou Synthèse : Tests t dans l'onglet Base ou Avancé) pour afficher les résultats.

	Tests t ; Clas Groupe1: Div Groupe2: Pla	ssmt : traiten /alproex acebo	nent (mania	ic.sta	)					
	Moyenne	Moyenne	Valeur t	dl	р	N Actifs	N Actifs	Ecart-Type	Ecart-Type	
Variable	Divalproex	Placebo	2 654074	127	0.000074	Divalproex	Placebo	Divalproex	Placebo \	
un score	9,373134	4,125000	2,054074	137	0,008874	07	12	12,04694	11,20747	
Moyenne	moyen	ne observe	ée de la v	aria	ble diff	score				
	pour le	es groupes	bivalpro	ex e	et Placebo			$\overline{x}  ext{ et } \overline{y}$		
Valeur t	valeur	observée	de la stat	istiq	ue de test	de Studen	it t	$t_{obs} = \frac{\overline{x}}{s^* \sqrt{\overline{n}}}$	$-\overline{y}$ $\frac{1}{k_1} + \frac{1}{n_2}$	
dl	degrés	de liberté	é de la sta	tisti	que de St	udent	1	$n_1 + n_2 - 2$		
р	p-vale	ur bil. asso	ociée à la	stat	istique de	Student,				
	calculé	ée à partir	de la loi	$T_{dl}$	-		(	$\alpha_{obs}$		
N Actifs	nombr	e d'observ	vations de	la v	variable <b>d</b> :	iff score		000		
	pour le	es groupes	Divalpro	ex ε	et Placebo		1	$n_1$ et $n_2$		
Ecart-Tvi	be écart-t	vpe obser	vé sans b	iais	de la vari	able diff s	score	1 2		
	pour le	es groupes	bivalpro	ex e	et Placebo			$s_X^*$ et $s_Y^*$		

Variancoc Variancoc	F(1,dl) Levene	evene	E(I dl)			
17 1,145554 0,573358	0,623299 137	0,431188	0,743685	137	0,389990	
Ratio F Variances	valeur observée	de la sta	tistique o	de test d	u rapport	si $s_X^{2*} \ge s_Y^{2*}$
	des variances					$f_{obs} = \frac{s_X^2}{s_Y^2}$
p Variances	p-valeur bil. ass	ociée à la	a statistic	que du ra	apport	$dl1 = n_1 - 1$
	des variances, c	alculée à	partir de	e la loi $F$	(dl1, dl2)	$dl2 = n_2 - 1$
Levene F(1,dl)	valeur observée	de la sta	tistique o	de test d	e Levene	
dl Levene	degrés de libert	é de la st	atistique	de Leve	ne	$dl = n_1 + n_2 - 2$
p Levene	p-valeur associé	e à la sta	atistique	de Leven	le,	
	calculée à parti	r de la lo	$i F_{(1,dl)}$			
Brn-Fors F(1,dl)	valeur observée	de la sta	t. de test	t de Brov	vn-Forsyt	he
dl Brn-Fors	degrés de libert	é de la st	atistique	de Brow	vn-Forsytl	he $dl = n_1 + n_2 - 2$
p Brn-Fors	p-valeur associé	e à la sta	atistique	de Brown	n-Forsyth	e,
	calculée à parti	r de la lo	i $F_{(1,dl)}$			

(d) test de Student pour variances séparées

Dans l'onglet Options cocher l'option Estimation séparée des variances et modifier le Niveau p pour la surbrillance à ,10 .

Cliquer sur le bouton Synthèse (ou Synthèse : Tests t dans l'onglet Base ou Avancé) pour afficher les résultats.

	Tests t ; Clas Groupe1: Div	smt : traiten alproex	nent (mania	c.sta	)							
	Groupe2: Pla Movenne	Movenne	Valeurt	dl	D	t var	d	p	N Actifs	N Actifs	Ecart-Type	Fcart-Type
Variable	Divalproex	Placebo			F	est.sép.		bilatér.	Divalproex	Placebo	Divalproex	Placebo
diff score	9,373134	4,125000	2,654874	137	0,008874	2,648356	134,3609	0,009057	67	72	12,04894	11,25747
t var. est.sép. valeur observée de la statistique de test de Student pour variances séparées $t_{obs} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{\frac{s_{x}^{2*}}{n_{1}^{2} + \frac{s_{y}^{2*}}{n_{2}^{2}}}}}$ dl degrés de liberté de la statistique de Student pour variances séparées, fonction des variances observées (non entiers) p bilatér. p-valeur associée à la statistique de Student pour variances séparées,												

(e) tests d'adéquation à la loi normale dans chaque groupe

Utiliser la commande Histogrammes en 2D du menu Graphiques/Histogrammes.... Dans l'onglet Base à partir du bouton Variable sélectionner la variable 2-diff score (le numéro de la variable s'affiche dans le champ Variable :) et cliquer sur OK, puis vérifier les valeurs des champs suivants Type de graphique : Simple

Type d'ajustement : Normal Intervalles : Mode entier et Auto;

dans le champ Statistiques de l'onglet Avancé cocher les options Test de Shapiro-Wilk, Effectif total, Statistiques descriptives et Test de Kolmogorov-Smirnov.

Enfin dans l'onglet Catégorisé cocher Oui dans Catégories de X ; cliquer sur le bouton Changer la Variable pour sélectionner la variable de catégorisation 1-traitement (le numéro de la variable s'affiche dans le champ Variable :) puis cliquer sur OK; cocher l'option Codes : puis cliquer sur le bouton Spécifier les Codes :

taper Divalproex Placebo (caractère "blanc" entre Divalproex et Placebo) dans la boîte Codes des Catégories puis cliquer sur OK; les codes correspondants sont affichés dans l'option Codes : 2 0 (2 correspond à Divalproex et 0 à Placebo). Cliquer sur OK pour afficher le graphique

Cliquer sur OK pour afficher le graphique.



Max = 33; Min = -18; D = 0.0678101444; p < n.s.; p Lilliefors < 1 traitement: Placebo diff score: SVV-VV = 0.962743336; p = 0.0316; N = 72; Moy. = 4.12500000; Ec-T. = 11.2574701; Max = 34; Min = -18; D = 0.1144152360; p < n.s.; p Lilliefors < 0.0500000007

SW-W et pvaleur observée de la statistique de Shapiro-Wilk et p-valeur associéeD et pvaleur observée de la statistique de Kolmogorov-Smirnov et p-valeur associéep Lillieforsp-valeur de Lilliefors

**Remarque** : pour obtenir un histogramme plus précis il est possible d'augmenter le nombre d'intervalles (par exemple, 15 ou 20) en utilisant l'option **Catégories** de l'onglet **Avancé**. Les résultats des tests de normalité ne dépendent pas du nombre d'intervalles (catégories) choisi pour tracer les histogrammes.

Remarque : pour faire le test T de Student on peut également utiliser le menu Statistiques/Statistiques Elémentaires/Test t pour éch. indépendants, par variable si les données ont été saisies par variables, c'est à dire une colonne (variable) pour chaque groupe. Ce mode de saisie n'est cependant pas conseillé car le test de Student est la seule analyse possible avec ce format de données.

# 2.B <u>Tests non paramétriques</u> : tests de comparaison de deux distributions sur échantillons indépendants **test de Mann-Whitney**

Ouvrir la boîte de dialogue Tests Non-paramétriques - Comparaison de Deux Groupes à partir du menu

Statistiques/ Tests Non-Paramétriques/ Comparaison de 2 échantillons

indépendants (groupes); cliquer sur OK pour afficher la boîte (boîte de dialogue 3).



FIG. 2 – boîte de dialogue 3 et boîte de dialogue 4

Sélectionner la variable 2-diff score à partir du bouton Variables comme variable dépendante (le numéro de la variable s'affiche dans le champ Liste de variables dépendantes :) et la variable 1-traitement comme variable de classement (le numéro de la variable s'affiche dans le champ Variable indép. (de classement) :); cliquer sur OK.

Dans le champ Code du : Groupe 1 : taper Divalproex, et dans celui du Groupe 2 : remplacer Lithium par Placebo (boîte de dialogue 4).

(a) descriptif

médiane, quantiles, boîte à moustaches pour chaque traitement (Divalproex et Placebo)

Cliquer sur le bouton Boîtes à moustaches tous groupes , sélectionner la variable 2-diff score puis cliquer sur OK pour afficher le graphique.

(b) test de Mann-Whitney

Modifier le seuil de signification Alpha pour la surbrillance à ,10 .

Cliquer sur le bouton Test U de M-W (ou Test U de Mann-Whitney dans l'onglet Base) pour afficher les résultats.

	Test U de Ma Par var. traitei Tests signific	nn-Whitney (m ment atifs marqués	aniac.sta) à p <,1000(	D						
variable	SommeRgs Divalproex	SommeRgs Placebo	U	Z	niv. p	Z ajusté	niv. p	N Actif Divalproex	N Actif Placebo	2*(1-p) p exact
diff score	5371,000	4359,000	1731,000	2,868475	0,004125	2,869832	0,004107	67	72	0,003910

SommeRgs	somme des rangs de la variable diff score	
	pour les groupes Divalproex et Placebo	$w_X$ et $w_Y$
U	valeur observée de la stat. de test de Mann-Whitney	$u = min(u_X, u_Y)$
Z	valeur observée de la statistique $U_X$ centrée réduite,	
	avec correction de continuité	$z_{obs}^{\rm C} = \frac{u_X - \mu(U) \mp 0.5}{\sqrt{var(U)}}$
niv. p	p-valeur bilatérale associée à la statistique Z,	• • •
	calculée à partir de la loi $N(0,1)$	
Z ajusté	valeur observée de la statistique $U_X$ centrée réduite,	
	avec correction de continuité et pour les ex æquo	$\widetilde{z}_{obs} = \frac{u_X - \mu(U) \mp 0.5}{\sqrt{\widetilde{var}(U)}}$
niv. p	p-valeur bilatérale associée à la statistique Z ajusté	• • •
N Actif	nombre d'observations de la variable diff score	
	pour les groupes Divalproex et Placebo	$n_1$ et $n_2$
2*(1-p) p exact	p-valeur bilatérale exacte associée à la statistique $U_X$ ,	
	sans correction pour les ex æquo	

#### Remarques :

- La correction appliquée pour tenir compte des ex æquo modifie la variance de la statistique  $U: \widetilde{var}(U) = var(U) \left(1 - \frac{1}{n(n^2-1)} \sum_g t_g(t_g^2 - 1)\right)$  où  $n = n_1 + n_2$  et  $t_g$  est le nombre d'observations pour la  $g^{\text{ème}}$  valeur de la variable;

cette correction diminue légèrement la variance, augmente donc la valeur observée de la statistique, en valeur absolue :  $|\mathsf{Z}|$  ajusté<br/>| $\geq |\mathsf{Z}|$  ce qui diminue la p-valeur correspondante. Dans l'exemple<br/>  $\widetilde{var}(V) = \frac{67 \times 72 \times 140}{12} \left(1 - \frac{2538}{139 \times (139^2 - 1)}\right) = 56$  280 × 0,999054917 d'où<br/>  $\widetilde{z}_{obs} = \frac{681 - 0.5}{\sqrt{56\ 226\ 81}} = 2,869832$  et la p-valeur bilatérale  $\alpha_{obs} = 0,004107$ .

 Il est possible de vérifier les résultats du test de Mann-Whitney en calculant les sommes des rangs dans chaque groupe sur le fichier de données.

On peut également obtenir les résultats de deux autres tests non paramétriques de comparaison de 2 distributions : le test des suites de Wald-Wolfowitz et celui de Kolmogorov-Smirnov pour 2 échantillons.

- 3. Peut-on conclure que le traitement par Lithium est efficace ?
- 4. Existe-t-il une différence d'efficacité entre les deux traitements Divalproex et Lithium?

#### Remarques méthodologiques

Plusieurs tests de comparaison ont été faits sur les mêmes observations, il s'agit donc de comparaisons multiples. Dans ce cas, le risque d'erreur de 1ère espèce **global** (probabilité de rejeter au moins une des hypothèses nulles à tort) n'est plus de 5% mais augmente avec le nombre (r) de tests réalisés (de l'ordre de  $r \times 5\%$ ).

Pour plus de rigueur, il faudrait réaliser chaque test avec un seuil de signification inférieur à 5% (de l'ordre de 5%/r procédure de Bonferroni). Ainsi, pour les questions 2, 3 et 4 chaque test devrait être réalisé au seuil  $0,05/3 \approx 1,7\%$ .

## 2<sup>ème</sup> partie : étude de variables qualitatives

1. Peut-on conclure que les traitements Divalproex, Lithium ou Placebo, ont des effets différents sur la réduction du score d'au moins 50%?

Test d'homogénéité : comparaison de plusieurs proportions sur échantillons indépendants test du khi-deux d'homogénéité

Ouvrir la boîte de dialogue Tableaux et Tris Croisés à partir du menu

Statistiques/Statistiques Elémentaires/Tableaux et tris croisés ; cliquer sur OK pour afficher la boîte.

Dans l'onglet Tableaux croisés à partir du bouton Spécifier les tables (sélection des variables) sélectionner la variable 3-réduction (le numéro de la variable s'affiche dans le champ Liste1 :) et la variable 1-traitement (le numéro de la variable s'affiche dans le champ Liste 2 :) comme variables de classement; cliquer sur OK.

Vérifier que Nombre de tables est 1; cliquer sur OK pour afficher la boîte Résultats des Tableaux Croisés.

(a) descriptif

effectifs et fréquences

traitement Y.

Dans l'onglet Base, cliquer sur le bouton Synthèse (ou Synthèse : Tableaux de synthèse) pour obtenir la distribution conjointe d'effectifs des deux variables réduction et traitement. Dans l'onglet Options cocher l'option Pourcentages des effectifs en colonne puis cliquer sur le bouton Synthèse pour obtenir la distribution de proportions de X (en ligne) conditionnellement à Y (en colonne) c'est à dire de la variable réduction X pour chaque

7	Table de Fréquence - Synthèse (maniac.sta) Table :réduction(2) x traitement(3)							
	réduction	traitement Placebo	traitement Lithium	traitement Divalproex	Totaux Ligne			
Effectif	non	54	18	35	107			
%age Colonne		75,00%	51,43%	52,24%				
Effectif	oui	18	17	32	67			
%age Colonne		25,00%	48,57%	47,76%				
Effectif	Ts Grpes	72	35	67	174			

Effectif	effectif observé case $(i, j)$	$n_{ij}$
%age Colonne	fréquence observée case $(i, j)$	$f_{ij}$
Totaux Ligne	total effectifs observés Ligne $i$	toto
Effectif Ts Grpes	total effectifs observés Colonne $\boldsymbol{j}$	toto

 $f_{ij} = \frac{n_{ij}}{total \ Colonne \ j}$ total Ligne i total Colonne j

(b) vérification des conditions d'application effectifs théoriques supérieurs à 5

Dans l'onglet Options modifier Effectifs en surbrillance > à partir de 5 et cocher l'option Effectifs théoriques dans le champ Calcul des tables puis cliquer sur le bouton Synthèse pour afficher le tableau des effectifs théoriques.

	Tableau de Synthèse :Effectifs Théoriques (maniac.sta) Effectifs en surbrillance > 5								
réduction	traitement Placebo	traitement Lithium	traitement Divalproex	Totaux Ligne					
non	44,27586	21,52299	41,20115	107,0000					
oui	27,72414	13,47701	25,79885	67,0000					
Tot. Colonnes	72,00000	35,00000	67,00000	174,0000					

Effectifs Théoriques	effectif théorique case $(i, j)$	$e_{ij} = \frac{\text{total Ligne } i \times \text{total Colonne } j}{n}$
Totaux Ligne	total effectifs observés Ligne $i$	total Ligne i
Tot.Colonnes	total effectifs observés Colonne $\boldsymbol{j}$	total  Colonne  j

(c) tests du khi-deux

Dans l'onglet Options cocher l'option Chi<sup>2</sup> max de vraisemblance & Pearson dans le champ Statistiques des tableaux à double entrée.

Dans l'onglet Avancé cliquer sur le bouton Tableaux détaillés à double entrée.

STATISTICA fournit trois tableaux : le tableau des effectifs observés, celui des effectifs théoriques et celui des résultats des tests.

	Stats : réduction(2) x traitement(3) (maniac.sta)								
Statistique	Chi <sup>2</sup>	dl	р						
Chi <sup>2</sup> de Pearson	9,467846	dl=2	p=,00879						
Chi² Max-Vr.	9,721725	dl=2	p=,00775						
Chi <sup>2</sup> de Pearson	valeur obs	ervée	de la statis	stique de test $Q^2$					
du Chi <sup>2</sup> de Pearson									
Chi <sup>2</sup> Max-Vr.	valeur obs	ervée	de la statis	stique de test $MV$	-005				
	du Chi <sup>2</sup> du	u max	timum de v	raisemblance	MV				
dl	degrés de liberté de la statistique, pour un tableau à $l$ lignes et $c$ colonnes $(l - $								
р	p-valeur associée à la statistique, calculée à partir de la loi $\chi^2_{dl}$								

$$q_{obs}^2 = \sum_{i,j} \frac{(n_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}}$$
$$MV_{obs} = 2\sum_{i,j} n_{ij} \ln\left(\frac{n_{ij}}{e_{ij}}\right)$$
$$(l-1)(c-1)$$

2. Peut-on conclure que le traitement par Divalproex est efficace?

Test de comparaison de deux proportions sur échantillons indépendants test du khi-deux d'homogénéité

Ouvrir la boîte de dialogue Tableaux et Tris Croisés à partir du menu

Statistiques/Statistiques Elémentaires/Tableaux et tris croisés ; cliquer sur OK pour afficher la boîte.

Dans l'onglet Tableaux croisés à partir du bouton Spécifier les tables (sélection des variables) sélectionner la variable 3-réduction comme 1<sup>ère</sup> variable de classement (le numéro de la variable s'affiche dans le champ Liste1 :) et la variable 1-traitement comme 2<sup>d</sup> variable de classement (le numéro de la variable s'affiche dans le champ Liste 2 :); cliquer sur OK.

Cocher l'option N'utiliser que les codes de classement sélectionnés dans le champ Identification des niveaux des facteurs de la table puis cliquer sur le bouton Codes : pour spécifier les codes des facteurs de classement : cliquer sur Tous dans le champ réduction et taper Divalproex Placebo (caractère "blanc" entre Divalproex et Placebo) dans le champ traitement, puis OK.

Cliquer sur OK pour afficher la boîte Résultats des Tableaux Croisés.

(a) descriptif

effectifs et fréquences

Dans l'onglet Base cliquer sur le bouton Synthèse (ou Synthèse : Etude des tableaux de synthèse pour obtenir la distribution conjointe d'effectifs.

Dans l'onglet Options cocher l'option Pourcentages des effectifs en colonne et cliquer sur le bouton Synthèse pour obtenir la distribution de proportions de X (en ligne) conditionnellement à Y (en colonne) c'est à dire de la variable réduction X pour chaque traitement Divalproex ou Placebo. (b) vérification des conditions d'application effectifs théoriques supérieurs à 5

Dans l'onglet Options modifier Effectifs en surbrillance > à partir de 5 et cocher l'option Effectifs théoriques dans le champ Calcul des tables puis cliquer sur le bouton Synthèse pour afficher le tableau des effectifs théoriques.

	Tableau de Synthèse :Effectifs Théoriques (maniac.sta) Effectifs en surbrillance > 5									
réduction	traitement Divalproex	traitement Placebo	Totaux Ligne							
non	42,89928	46,10072	89,0000							
oui	24,10072	25,89928	50,0000							
Tot. Colonnes	67,00000	72,00000	139,0000							

(c) tests du khi-deux

Dans l'onglet Options cocher l'option Chi<sup>2</sup> max de vraisemblance & Pearson dans le champ Statistiques des tableaux à double entrée.

Dans l'onglet Avancé cliquer sur le bouton Tableaux détaillés à double entrée. STATISTICA fournit trois tableaux : le tableau des effectifs observés, celui des effectifs théoriques et celui des résultats des tests.

#### Remarques :

- Pour un test du khi-deux unilatéral, il faut vérifier que les fréquences observées sont compatibles avec l'hypothèse alternative et calculer le niveau de signification unilatéral en divisant par 2 la p-valeur bilatérale donnée par le logiciel.
- L'option Exact de Fisher, Yates, McNemar  $(2 \times 2)$  de l'onglet Options permet de calculer les résultats du test exact de Fisher à appliquer lorsque les effectifs théoriques sont très faibles (inférieurs à 5) et ceux du test du khi-deux avec correction de continuité de Yates, à utiliser lorsque les effectifs théoriques sont faibles (compris entre 5 et 10) uniquement pour des couples de variables dichotomiques (tables  $2 \times 2$ ).
- Le Chi<sup>2</sup> de Mac-Nemar (A/D) et (B/C) ne s'interprète pas ici. Il s'utilise pour des échantillons appariés (cf Exercice 2, *variables qualitatives* question 1).
- 3. Peut-on conclure que le traitement par Lithium est efficace ?
- 4. Existe-t-il une différence d'efficacité entre les deux traitements Divalproex et Lithium?

## Remarques méthodologiques

 Le test de comparaison globale significatif (question 1) autorise les comparaisons deux à deux (questions 2, 3 et 4).

Alternativement on aurait pu considérer a priori que seules les comparaisons deux à deux étaient intéressantes dans cette étude, ce qu'ont fait les auteurs.

– Pour plus de rigueur, afin de prendre en compte les comparaisons multiples, il faudrait réaliser chaque test avec un seuil de signification inférieur à 5% (de l'ordre de  $\frac{5\%}{r}$  où r est le nombre de comparaisons). Ainsi, pour les questions 2, 3 et 4 chaque test devrait être réalisé au seuil  $0,05/3 \approx 1,7\%$ .

#### Exercice 2

Un enseignant se demande si le moment de la journée, début de matinée (8h30), fin de matinée (11h), début d'après midi (14h30) ou fin d'après-midi (16h) modifie les performances des élèves pour la réalisation de tâches cognitives.

Il constitue quatre listes de 25 mots appropriés à l'âge et au niveau scolaire des élèves, par tirage au sort dans une liste de 100 mots étudiés quinze jours avant les tests. Chaque test consiste à orthographier correctement les mots d'une des quatre listes. Pour chaque élève l'ordre des quatre listes a été tiré au sort.

Dix-neuf élèves ont passé les tests sur quatre jours consécutifs, un à chaque moment de la journée. Le nombre de mots correctement orthographiés par chaque élève pour chaque test figure dans le tableau suivant (début matinée : DM, fin matinée : FM, début après-midi : DA, fin après-midi : FA) :

élève	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
DM	17	16	16	13	19	18	16	12	16	17	16	9	18	17	20	15	18	12	17
$\mathbf{FM}$	23	17	17	15	18	15	17	15	16	18	17	14	20	21	20	15	17	17	20
DA	24	24	21	19	22	18	20	15	22	18	24	17	25	24	25	19	20	17	21
FA	21	19	13	18	24	24	13	14	16	17	19	15	22	20	24	13	20	15	21

Pour chaque question :

- définir la(les) population(s) étudiée(s), précisez la (les) variable(s) et le(s) paramètre(s) correspondant(s),
- écrire les hypothèses du test permettent de répondre à la question posée ainsi que ses conditions d'application.
- conclure au seuil  $\alpha = 5\%$ , en précisant le risque associé à la décision prise.

# 1<sup>ère</sup> partie : étude de variables quantitatives

On s'intéresse au nombre de mots correctement orthographiés :

- 1. L'enseignant se demande s'il existe une différence de performances entre le début et la fin de la matinée.
- 2. L'enseignant se demande si les performances diminuent entre le début et la fin de l'après-midi.

# $2^{\grave{e}me}$ partie : étude de variables qualitatives

On s'intéresse au fait d'avoir correctement orthographié plus de 16 mots :

- 1. L'enseignant se demande s'il existe une différence de performances entre le début et la fin de la matinée.
- 2. L'enseignant se demande si les performances diminuent entre le début et la fin de l'après-midi.
- 3. Existe-t-il une différence globale entre les quatre moments?

Les questions de la seconde partie ne seront pas traitées ici : elles font intervenir les tests de comparaison de proportions sur échantillons appariés, le **test du khi-deux de Mac-Nemar** pour deux proportions et le **test Q de Cochran** pour plus de deux proportions.

## Fichier de données

Le fichier de données ortho.sta contient pour chaque élève le nombre de mots correctement orthographiés (score) à chaque moment de la journée :

- score DM : en Début de Matinée;
- score FM : en Fin de Matinée;
- score DA : en Début d'Après-midi;
- score FA : en Fin d'Après-midi.

#### Commandes STATISTICA

Ouvrir le fichier de données.

#### 1<sup>ère</sup> partie : étude de variables quantitatives

- 1. L'enseignant se demande s'il existe une différence de performances entre le début et la fin de la matinée.
- 1.A <u>Test paramétrique</u> : test de comparaison de deux moyennes sur échantillons appariés test T de Student apparié

préambule : création de la variable différence entre les scores DM et FM notée diff DM-FM

Ouvrir la boîte de dialogue Ajouter des variables à partir du menu Insertion/ Ajouter des Variables... : Vars à ajouter : 1 Insérer après la variable : 2 (ou score FM) Nom : diff DM-FM et Description détaillée : =v1-v2 (ou ='score DM'-'score FM') puis cliquer sur OK pour créer la variable.

Vérifier que la  $3^{\text{ème}}$  colonne du fichier contient 19 valeurs (de -6 pour le  $1^{\text{er}}$  élève à -3 pour le dernier); il est également possible de vérifier par exemple que la somme des valeurs est égale à -30: sélectionner la colonne 3 et calculer sa somme à partir du menu Statistiques/Statistiques de blocs/Colonnes du bloc et sélectionner Sommes.

Enregistrer le fichier dans un autre fichier : ortho1.sta

à partir du menu Fichier/ Enregistrer sous... Nom du fichier : ortho1.sta.

Ouvrir la boîte de dialogue Test t pour des Echantillons Appariés à partir du menu Statistiques/Statistiques Elémentaires/Test t pour des échantillons appariés ; cliquer sur OK pour afficher la boîte.

A partir du bouton Variables sélectionner la variable 1-score DM (le numéro de la variable s'affiche dans le champ lère liste de variables : ) et la variable 2-score FM (le numéro de la variable s'affiche dans le champ 2nde liste de variables (facultative) :) puis cliquer sur OK.

(a) descriptif

moyenne, écart-type, boîte à moustaches pour chaque moment (DM et FM)

Dans l'onglet Base, cliquer sur le bouton Boîtes à moustaches puis cliquer sur OK pour obtenir la boîte à moustache de chaque variable (Moyenne/ Moyenne  $\pm$  Erreur-Type/ Moyenne  $\pm$  1,96\*Erreur-Type ).

**Remarque :** dans l'onglet Avancé d'autres choix de types de boîtes à moustaches sont disponibles.

(b) vérification des conditions d'application

normalité de la variable différence des scores DM et FM :

- histogramme
- tests d'adéquation à la loi normale (*Kolmogorov-Smirnov*, *Lilliefors*, *Shapiro-Wilk*)

La commande Statistiques/Statistiques Elémentaires/Test t pour

échantillons appariés, par groupes ne permet ni de tracer l'histogramme, ni de tester l'adéquation à la loi normale de la variable différence des scores diff DM-FM : pour celà il faut utiliser le menu Statistiques/Statistiques Elémentaires/Tables de Fréquences (cf 1.A(d)).

(c) test de Student apparié

Cliquer sur le bouton Synthèse (ou Synthèse : Tests t dans l'onglet Base ou Avancé) pour afficher le résultat.

2	Test t pour des Echantillons Appariés (ortho1.sta) Différences significatives marquées à p < ,05000										
Variable	Moyenne	Ec-Type	N	Différ.	Ec-Type Différ.	t	dl	р			
score DM	15,89474	2,705852									
score FM	17,47368	2,389059	19	-1,57895	2,316985	-2,97044	18	0,0081	195		
Ec-Type N Différ. Ec-Type D	iffér. écart	t-type observent t-type observent t-type observent	rvé vati vée o rvé	sans biais ons des var de la différ sans biais	des variables $X$ et ence des va de la différe	es $X$ et $Y$ t $Y$ riables $D$ =	= X	-Y	$s_X^*$ $n$ $\overline{d} =$ $s_D^*$		
t	valeu	ır observée	de	la statistiq	ue de test o	de Student			$t_{ob}$		
dl	degr	degrés de liberté de la statistique de Student $n-$									
р	p-va	leur bil. as	socié	ée à la stat	istique de S	Student,					
	calci	mee a parti	r de	$a$ 101 $T_{dl}$					$\alpha_o$		

#### Remarques :

- L'onglet Avancé permet de modifier le seuil de signification Niveau p pour la surbrillance, et l'option Matrice de test t donne dans trois tableaux différents le niveau de signification p, la différence des moyennes et la valeur observée de la statistique de test.
- On peut aussi comparer la moyenne de la variable diff DM-FM à 0 en utilisant la commande Statistiques/ Statistiques Elémentaires/ Comparer une moyenne à un standard.
- (d) tests d'adéquation à la loi normale de la différence

Utiliser le menu Statistiques/Statistiques Elémentaires/Tables de fréquences; cliquer sur OK pour afficher la boîte.

Sélectionner la variable 3-diff DM-FM à partir du bouton Variables (le numéro de la variable s'affiche dans le champ Variables : ); cliquer sur OK.

Dans l'onglet Avancé cocher l'option Nombre exact d'intervalles : 10 puis cliquer sur le bouton Histogrammes pour obtenir l'histogramme.

Dans l'onglet Stats descriptives cliquer sur le bouton Boîtes à moustaches de toutes les variables pour obtenir la boîte à moustaches (médiane et quartiles).

Dans l'onglet Normalité cocher les options T est de Kolmogorov-Smirnov, Test de Lilliefors et Test W de Shapiro-Wilk .

Cliquer sur le bouton Tests de normalité pour afficher les résultats.

	Tests de Normalité (ortho1.sta)									
Variable	N	D max	K-S p	Lillief. p	w	р				
diff DM-FM: ='score DM'-'score FM'	19	0,177604	p > .20	p < ,15	0,964291	0,659244				

**Remarque :** lorsque le nombre d'observations n est faible (n < 30) ces tests sont peu puissants pour détecter un écart à la normalité.

1.B Tests non paramétriques : tests de comparaison de deux distributions sur échantillons appariés test du signe - test de Wilcoxon apparié

Ouvrir la boîte de dialogue Tests Non-paramétriques - Comparaison de 2 variables à partir du menu

Statistiques/ Tests Non-Paramétriques/ Comparaison de 2 échantillons appariés (variables) ; cliquer sur OK pour afficher la boîte.

A partir du bouton Variables sélectionner la variable 1-score DM (le numéro de la variable s'affiche dans le champ lère liste de variables :) et la variable 2-score FM (le numéro de la variable s'affiche dans le champ 2ème liste de variables :); cliquer sur OK.

(a) descriptif

médiane, quantiles, boîte à moustaches pour chaque moment (DM et FM)

Cliquer sur le bouton Boîtes à moustaches de toutes variables, sélectionner les variables 1-score DM et 2-score FM (le numéro des variables 1-2 s'affiche dans le champ Sélectionnez les variables : ) puis cliquer sur OK.

Spécifier le Type de Boîte à Moustaches en cochant l'option Médiane/Quartiles/Etendue et cliquer sur OK pour afficher le graphique.

(b) test du signe

Vérifier que le Alpha pour la surbrillance : est égal à ,05 .

Cliquer sur le bouton Test des signes (ou Test des signes dans l'onglet Base) pour afficher le résultat.

	Test des Signes (ortho1.sta) Tests significatifs marqués à p <,05000							
Couples de variables	Nb. Non ex-aequo	%age v < V	Z	niv. p				
score DM & score FM	16	81,25000	2.250000	0.024449				

Nbe Non ex-aequo	nombre de valeurs $X \neq Y$	n
%age v $<$ V	fréquence observée de valeurs $X < Y$	$1 - f_{obs}$ où $f_{obs}$
Z	valeur observée de la statistique de test du signe ${\cal S}_n$	
	centrée réduite, avec correction de continuité	$ z_{obs}^{\mathrm{C}}  = \frac{ s_{obs} - \mu }{\sqrt{va}}$
niv. p	p-valeur bilatérale associée à la statistique $Z$ , calculée à partir de la loi $N(0,1)$	v

 $=\frac{s_{obs}}{n}$ 

 $S_n)|-0,5$ 

**Remarque :** STATISTICA ne propose pas le test binomial (exact) plus adapté dans le cas de petits échantillons  $(n \leq 30)$ .

Dans l'exemple pour n = 16 et  $s_{obs} = 3$  la p-valeur peut-être obtenue à partir de la loi binomiale de paramètres n et  $\frac{1}{2}$ :  $P_{H_0}(S_n \leq 3) = 0,010635$  d'où la p-valeur bilatérale  $\alpha_{obs} = 0,021271$ .

(c) vérification des conditions d'application

symétrie de la variable différence des scores DM et FM :

- histogramme (cf (1.A(d)))
- coefficient d'asymétrie

La commande Statistiques/ Tests Non-Paramétriques/ Comparaison de 2 échantillons appariés (variables) ne permet pas de tester la symétrie de la variable différence des scores. On peut calculer séparément le coefficient d'asymétrie de la variable diff DM-FM soit avec le menu Statistiques/ Tests Non-Paramétriques/ Statistiques descriptives ordinales (médiane, mode, ...) (cf (1.B(e)) soit avec le menu Statistiques/ Statistiques Elémentaires/ Statistiques descriptives qui permet également de calculer l'erreur-type de ce coefficient : cocher les options Asymétrie et Erreur-type, Asymétrie dans l'onglet Avancé.

(d) test de Wilcoxon apparié

Vérifier que le Alpha pour la surbrillance : est égal à ,05 .

Cliquer sur le bouton Test de Wilcoxon, échantillons appariés dans l'onglet Base pour afficher le résultat.

Test de Wilcoxon pour Ech. Appariés (ortho1.sta) Tests significatifs marqués à p <,05000										
Couples d	le variables	N Actifs	т	Z	niv. p					
score DN	& score FM	19	19,00000	2,533730	0,011286					
N Actifs	ctifs nombre d'observations des variables X score DM et Y score FM $n'$									
Т	valeur observé	e de sta	tistique de 1	test $V$ de W	/ilcoxon		$v = min(v^+, v^-)$			
Z	valeur observé	e de la s	tatistique V	Z centrée ré	duite,					
	sans correction	$ z_{obs}  = \frac{ v-\mu(V) }{\sqrt{var(V)}}$								
niv. p	p-valeur bilatérale associée à la statistique Z,									
	calculée à part	tir de la	loi $N(0,1)$				$\alpha_{obs}$			

#### Remarques :

- **ATTENTION** : ici n' désigne la taille des échantillons d'origine et n le nombre d'observations effectives à partir duquel sont calculées moyenne  $\mu(V)$  et variance var(V) de la statistique de Wilcoxon :
  - n = nombre de valeurs où " $X \neq Y$ " = nombre de valeurs de non nulles de D= n' - nombre de valeurs où "X = Y" = n' - nombre de valeurs où "D = 0".
- n nombre de valeurs ou X 1 n nombre de valeurs ou D- STATISTICA ne précise pas le nombre n d'observations effectives.
- Il est possible d'obtenir la p-valeur exacte, plus adaptée dans le cas de petits échantillons  $(n \le 20)$ , à partir des tables de Wilcoxon pour échantillons appariés; dans l'exemple pour n = 16 et v = 19 la p-valeur unilatérale donnée par la table est  $P_{H_0}(V \le 19) = 0,0046$  d'où la p-valeur bilatérale  $\alpha_{obs} = 0,0092$ .
- Une correction est applicable pour tenir compte des ex æquo : elle modifie la variance de la statistique V:  $\widetilde{var}(V) = var(V) \frac{1}{48} \left( \sum_g t_g(t_g^2 1) \right)$  où  $t_g$  est le nombre d'observations pour la  $g^{\text{ème}}$  valeur de la valeur absolue de la variable différence ; cette correction diminue légèrement la variance donc augmente la valeur observée de la statistique Z en valeur absolue, et diminue la p-valeur correspondante.

Dans l'exemple  $\widetilde{var}(V) = 374 - \frac{372}{48} = 366, 25$  d'où  $\widetilde{z}_{obs} = \frac{49}{\sqrt{366,25}} = 2,560397$  et la p-valeur bilatérale  $\alpha_{obs} = 0,010455$ .

#### calcul de la p-valeur bilatérale

Ouvrir la boîte de dialogue Calculateur de Probabilités de Distributions à partir du menu Statistiques/Calculateur de Probabilités/Distributions... . Dans le champ Distribution choisir Z(Normal) cocher les options Bilatéral et (1-p cumulé) puis dans le champ X : taper la valeur observée de Z : 2,560397 et vérifier que les champs moyenne : et écart-type : ont pour valeur respective 0 et 1. Cliquer sur le bouton Calculer pour obtenir la p-valeur dans le champ p : .

Cliquer sur le bouton Quitter pour fermer la boîte.

 Il est possible de vérifier les résultats du test de Wilcoxon en calculant les sommes des rangs pour les différences positives et négatives sur le fichier de données.

#### (e) symétrie de la différence

Ouvrir la boîte de dialogue Statistiques descriptives à partir du menu Statistiques/ Tests Non-Paramétriques/ Statistiques descriptives ordinales (médiane, mode, ...) ; cliquer sur OK pour afficher la boîte. A partir du bouton Variables sélectionner la variable 3-diff DM-FM (le numéro de la variable s'affiche dans le champ Sélectionnez les variables :); cliquer sur OK. Dans le champ Calculer les bornes des centiles spécifier Premier centile : 25, et Second centile : 75, puis cliquer sur le bouton Synthèse : statistiques descriptives ordinales pour afficher les résultats; en autres statistiques descriptives on obtient les médiane, 1<sup>er</sup> quartile (25,000° Centile) et 3<sup>ème</sup> quartile (75,000° Centile) et le coefficient d'asymétrie.

2. L'enseignant se demande si les performances diminuent entre le début et la fin de l'après-midi.